

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DANIELLE CRISTINA BREGANON

SOFTWARE GEOGEBRA: UMA APLICAÇÃO DA TECNOLOGIA NA MATEMÁTICA

CURITIBA  
2011

DANIELLE CRISTINA BREGANON

## SOFTWARE GEOGEBRA: UMA APLICAÇÃO DA TECNOLOGIA NA MATEMÁTICA

Trabalho apresentado à disciplina Metodologia Científico do curso de Especialização em Mídias Integradas na Educação da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Professor Jaime Wojciechowski.

CURITIBA  
2011

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por ter-me iluminado na realização deste trabalho.

A minha família que soube suportar minha ausência dando-me força para concluir mais esse projeto em minha vida.

A meu orientador e professores que nas horas de dúvida souberam com sabedoria saná-las.

## RESUMO

O presente trabalho apresenta o software educacional livre de matemática GeoGebra bem como sua aplicação com alunos da 8ª série do Colégio Estadual Monteiro Lobato no município de Cornélio Procopio - PR. Esta ferramenta de fonte aberta aplica conceitos da geometria dinâmica aos conceitos de álgebra e de cálculo, podendo usar o software como uma ferramenta de apoio no ensino interativo. Projetado especificamente para finalidades educacionais, o software promove a aprendizagem experimental, orientada nos problemas e de descoberta da matemática. Ilustraremos as idéias básicas do GeoGebra e de algumas de suas possibilidades ao trabalhar com alunos em atividades interativas.

Palavras chave: aprendizagem, matemática, software educativo

## ABSTRACT

The present work presents the free educational software of GeoGebra mathematics as well as its application with pupils of 8<sup>a</sup> series of the State College Lobato Hunter in the city of Cornélio Procópio - PR. This tool of open source applies concepts of dynamic geometry to the calculation and algebra concepts, being able to use software as a tool of support in interactive education. Projected specifically for educational purposes, software promotes the learning experimental, guided in the problems and of discovery of the mathematics. We will illustrate the basic ideas of the GeoGebra and some of its possibilities when working with pupils in interactive activities.

Words key: learning, mathematics, educative software

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Tela de apresentação .....	18
Figura 2: Comandos .....	19
Figura 3: Tela inicial .....	19
Figura 4: Relação entre pontos .....	19
Figura 5: Comando mover.....	20
Figura 6: Segmento entre dois pontos .....	21
Figura 7: Construção de reta.....	22
Figura 8: Construindo um polígono .....	23
Figura 9: Construindo círculo .....	23
Figura 10: Definindo ângulo .....	24
Figura 11: Relação entre reta e um ponto .....	24
Figura 12: Inserir objeto e texto .....	25
Figura 13: Comando deslocar eixo e apresentação da figura .....	26
Figura 14: Captura de tela da atividade 01 .....	33
Figura 15: Captura de tela da atividade 2a .....	34
Figura 16: Captura de tela da atividade 2b .....	36
Figura 17: Captura de tela da atividade 03.....	37

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1: Pontos no plano cartesiano .....	32
Tabela 2: Gráfico da função afim .....	33
Tabela 3: Gráfico da função afim .....	35
Tabela 4: Gráfico da função quadrática .....	36

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Pontos no plano cartesiano .....	32
Gráfico 2: Gráfico da função afim .....	34
Gráfico 3: Gráfico da função afim .....	35
Gráfico 4: Gráfico da função quadrática .....	37



## SUMÁRIO

RESUMO.....	4
ABSTRACT .....	5
LISTA DE FIGURAS .....	6
LISTA DE TABELAS .....	7
LISTA DE GRÁFICOS.....	8
1. INTRODUÇÃO .....	10
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	12
2.1 SOFTWARE GEOGEBRA.....	12
2.2 A ESCOLHA DO SOFTWARE EDUCATIVO .....	14
2.3 HISTÓRICO DO SOFTWARE.....	15
2.4 PRINCIPAIS COMANDOS DO SOFTWARE GEOGEBRA.....	17
2.4.1 Recursos disponíveis .....	17
3. METODOLOGIA.....	28
3.1 PROPOSTAS DE TRABALHO EM SALA DE AULA .....	28
3.2 PRATICANDO COM O SOFTWARE.....	28
4. RESULTADOS OBTIDOS.....	32
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	38
REFERÊNCIAS.....	40

## 1. INTRODUÇÃO

No dia-a-dia os alunos fazem uma matemática peculiar ligada às necessidades reais. Nos jogos e brincadeiras, nas situações de compra e venda etc, tudo ao seu modo, com linguagem própria e pouca formalidade.

Já na escola a história é diferente. A matemática que lhes é imposta e trata sempre dos mesmos temas, mas despreza a informação e os conhecimentos prévios que os alunos trazem de casa.

O principal problema da pesquisa refere-se no seguinte questionamento: se a matemática é utilizada em todos os momentos da vida do aluno, por que na escola encontram tantas dificuldades?

Faz-se necessário no ensino fundamental e médio, desenvolver nos alunos conhecimentos geométricos presentes no espaço que os envolve. É de suma importância que nossos discentes conheçam o espaço geométrico, pois desta forma, estabelecem significados aos objetos que os rodeia, estes conceitos favorecem análises, resoluções de problemas e a compreensão das representações abstratas. Justificando desta forma o presente trabalho.

Tem-se como objetivo geral da pesquisa conhecer e utilizar nas aulas as representações matemáticas através do software GeoGebra.

Metodologicamente utiliza-se a pesquisa bibliográfica sobre o assunto, a exploratória para desvelar os principais usos do aplicativo educacional e a participativa onde os alunos, ao trabalhar o software desenvolveram, contextualizando, os temas solicitados.

O processo de ensino e de aprendizado em matemática de forma ambígua provoca sensações antagônicas, tanto por parte de quem ensina como por parte de quem aprende: de um lado constata-se a importância desta área do conhecimento; do outro, a frustração diante de resultados negativos obtidos freqüentemente em relação à sua aprendizagem e a contextualização prática da ciência no dia-a-dia dos alunos, sua aplicação é incisiva no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção em outras áreas curriculares. Do mesmo modo, interfere fortemente no raciocínio dedutivo do aluno.

O professor insatisfeito vislumbra problemas a serem enfrentados, tais como

a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. A docência comprometida deve reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação cidadã discentes.

É urgente que o professor visualize sua atenção nos inter-relacionamentos de sua prática diária e concreta com o contexto histórico-social mais amplo. A importância que esse enfoque dá ao papel do professor no processo de mudança é muito grande. É necessário que ele assuma esse compromisso, começando por rever constantemente sua prática pedagógica.

As novas tecnologias e a incorporação do computador como ferramenta de ensino, traz em seu interior o pressuposto de otimização do processo ensino aprendizagem. Considerando que essas tecnologias estão influenciando todas as áreas da sociedade, a educação precisa atender às expectativas provocadas pelas mudanças sociais, enfatizando a interação criativa, o pensamento crítico e o julgamento de valores, e ajudar os alunos a desenvolverem a capacidade de aprender.

A monografia está estruturada em introdução, destacando o uso do computador no ensino e breve comentário sobre o objeto de pesquisa; no segundo capítulo apresentaremos as contribuições de autores sobre o assunto abordado na fundamentação teórica destacando a escolha do software educativo, seu histórico e seus principais comandos; no terceiro capítulo análise e interpretação dos resultados obtidos como uso do software aplicado a alunos da 8ª série do Colégio Estadual Monteiro Lobato na cidade de Cornélio Procópio, apresentaremos as considerações finais levando em conta o uso do software e a maneira como os alunos interagiram com o mesmo e por último as referências utilizadas.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 SOFTWARE GEOGEBRA

O computador deve ser utilizado, não para dar respostas a determinadas questões, para que isto ocorra busco através do software GeoGebra, desenvolver um método educacional que apresente problemas sobre os quais os alunos tem de refletir e criar as suas soluções.

Para PAPERT (1985), essa construção se concebe pela participação de um instrumento, o computador, mediado intencionalmente para esse fim, o de construir o conhecimento. O professor, nesse processo, é mediador, compondo o direcionamento do foco de estudo de forma contextualizada para o aluno.

A disciplina de matemática não poderia ficar isolada deste processo, muitos professores desta disciplina vêm se esforçando para que a matemática desperte interesse e tenha significado para o aluno, contribua para o seu desenvolvimento cognitivo e seja também útil para sua vida na sociedade atual.

É inegável o papel de representação do espaço físico prestado pela geometria, álgebra e cálculo, mas o que se tem visto muitas vezes é um desinteresse cada vez maior por parte dos professores e, por consequência dos alunos. As possíveis razões para o problema poderiam ser referentes ao conteúdo programático da disciplina, considerado desfocado pedagogicamente por não unir a teoria à prática (anacrônico), em vista da excessiva ênfase emprestada às “leis imutáveis da matemática” (axiomas), o que equivaleria, na prática, a ignorar as peculiaridades da organização do raciocínio e da construção das argumentações lógicas do aluno.

Nos dias atuais muito se têm discutido e questionado sobre o uso dos computadores nas escolas.

Para LORENZATO (2006, p.52) essas limitações acontecem devido à formação que o professor recebe do seu curso superior, em que o curso de licenciatura em Matemática favorece estudos e pesquisas em Matemática do terceiro grau, apenas, preterindo a um segundo plano a formação do futuro docente para atuar como professor do ensino fundamental ou médio.

O uso do computador como instrumento de aprendizagem e busca do conhecimento dissemina-se rapidamente entre nós. Desta forma o ensino e a aprendizagem vêm passando por mudanças estruturais e funcionais frente a essa nova tecnologia.

Buscando responder inquietações da mesma natureza que esta, a Educação Matemática tem desenvolvido, ao longo de quatro décadas, estudos que compõem a didática da Matemática e que se ocupam de refletir aspectos da Matemática relativos à natureza do seu ensino e aprendizagem (BICUDO, 1999); (BRUN, 1996).

A chegada do computador na escola e sua utilização na educação trás consigo uma nova maneira e uma nova concepção de como pensar o ensino e a aprendizagem.

Alguns questionamentos são feitos quanto ao uso desta nova ferramenta, considerando os aspectos positivos e negativos da sua utilização.

Questiona-se, por exemplo:

- Esta nova ferramenta pode ajudar os alunos a compreenderem melhor a realidade presente em sua vida, ou será alienado em obedecer a comandos?
- O computador poderá ajudar na sua comunicação, se expressando melhor? De que forma?
- Nossos professores estão aptos para usá-los, sendo essa uma tecnologia inovadora?

Citamos apenas algumas questões dentre tantas que surgiram no uso de laboratórios de informática nas escolas, alguns destes questionamentos aos poucos vão sendo respondidos, quando as novas experiências e explorações desta ferramenta vão se popularizando e evidenciando a importância da informática, utilizada por professores competentes, que cria condições favoráveis para o aluno se desenvolver, por meio da tomada de consciência de si mesma, sem ameaçar o contato com a sua realidade.

Para VALENTE (1993c: 115) considera que o conhecimento necessário para que o professor assuma essa posição “não é adquirido através de treinamento. É necessário um processo de formação” permanente, dinâmico e integrador, que se fará através da prática e da reflexão sobre essa prática, da qual se extrai o substrato para a busca da teoria que revela a razão de ser da prática.

Na disciplina de matemática, o conteúdo que mais tem se beneficiado com a inserção do computador na escola é o da geometria, sendo contemplado em

algumas linguagens de programação, a exemplo do Logo e software educacionais, como o CabriGeometric e GeoGebra, objeto de nossos estudos, entre outros, terem sido especialmente desenvolvidos para a exploração desse universo.

Nosso alvo é estabelecer através do ensino com a utilização do software GeoGebra oferecer treinamento e ensino aos alunos integrando o software nas aulas, pois o mesmo tem revelado grande potencial no ensino da matemática e em particular da geometria, enquanto suporte para o desenvolvimento de objetivos educacionais, como por exemplo o desenvolvimento do raciocínio lógico através da aprendizagem investigativa.

Com a utilização do software GeoGebra a linguagem científica da Matemática pode contextualizar uma nova realidade concreta ao aluno quando este, por exemplo, no plano cartesiano constrói uma reta, e marca dois pontos em um determinado espaço utilizando o comando reflexão de um ponto em relação ao outro, o aluno visualiza o surgimento na reta de um outro ponto oposto aquele marcado anteriormente. É possível verificar que a distância entre os pontos é a mesma. Em sala de aula, somente com a utilização do quadro de giz, o professor pode no máximo desenhar um ponto oposto ao primeiro e equidistante ao segundo, e torcer para que o aluno visualize, entenda e acredite nisto. Esse conhecimento é simples, mas serve de base a outros, como ponto médio e simetria, por exemplo.

## 2.2 A ESCOLHA DO SOFTWARE EDUCATIVO

Muitas vezes nos preocupamos com um bom equipamento para trabalharmos, tão importante quanto este é o software que será utilizado.

Existem desenvolvedores de softwares com alto padrão de profissionalismo, e testam seus produtos antes da publicação fornecendo subsídios necessários para seu uso por educadores. Com isso é importante para aqueles que fazem uso de softwares educacionais criem estratégias para que possam utilizar softwares de boa qualidade e promovam o desenvolvimento contínuo do padrão de qualidade.

De acordo com o site abaixo citado sob o título o computador e a escola <http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01038031/webfolios/dio/mat01038.txt>, sem autoria e data, ao fazer a escolha do software é preciso fazer algumas considerações:

- Quanto ao conteúdo, se atende às necessidades de seu objetivo curricular, se tem relevância pedagógica, se os objetivos do programa são claros, qual a natureza do feedback fornecido aos alunos.
- O software permite modificações a fim de atender às necessidades individuais dos alunos?
- O software é auto-suficiente ou ele necessita da intervenção do professor?
- O programa pode ser utilizado em várias situações de sala de aula (individual, pequeno ou grande grupo)?
- O programa passa por várias formas de aprendizagem (visual, auditiva, numérica, verbal)?
- Na operação do programa, como são tratados os erros dos usuários, qual o controle que o usuário tem da operação do programa, se existe um bom manual tanto para o professor quanto para o aluno, se o programa usa as capacidades gráficas, sonoras e de cor.
- No resultado com os alunos, se é fácil o uso pelos alunos, se é um programa interessante para os alunos, se os recursos computacionais são utilizados adequadamente. MATHEMATIKOS (2010).

São perguntas que se fazem necessárias, pois ao utilizar um software educacional, ele vai ser ferramenta inovadora no fazer pedagógico do educador, possibilitando novas realidades por parte dos alunos, desenvolvendo o raciocínio lógico, habilidades e criatividade, que o ajudarão a crescer mental e intelectualmente.

## 2.3 HISTÓRICO DO SOFTWARE

Desenvolvido pelo prof. Dr. Markus Hohenwarter da Flórida Atlantic University, em 2001, o Geogebra é um software de matemática dinâmica para ser utilizado em Educação Matemática nas escolas de Educação Básica e de Ensino Superior, reunindo os conteúdos de geometria, álgebra e cálculo. O GeoGebra é um software disponível na rede para Download e escrito em linguagem Java.

Segundo HOHENWARTER (2007), idealizador do software, “a característica mais destacável do GeoGebra é a percepção dupla dos objetos: cada expressão na janela de Álgebra corresponde a um objeto na Zona de Gráficos e vice-versa”.

Capacitar o aluno e o professor para o uso apropriado da tecnologia em seu ensino tem que ser uma das questões principais em toda formação de professores profissional da matemática. O uso apropriado do software matemático no ensino da matemática pode ser extremamente proveitoso para o ensino e a aprendizagem da matemática. O software pode servir de suporte para usar o conhecimento matemático e aprender como o conhecimento matemático pode ser usado. De um lado oferecer a sustentação valiosa para o desenvolvimento apropriado de conceitos

matemáticos. O uso do software matemático na formação de professores compreende o uso software matemático como uma sustentação para o treinamento próprio. Como usar tipos diferentes de tecnologias e software matemático na sala de aula transformou-se um tópico central na pesquisa da instrução da matemática durante as últimas décadas, os investigadores centraram-se sobre o uso de calculadoras numéricas e gráficas, assim como no software dinâmico da geometria. Baseado na pesquisa empírica sobre o uso de tais ferramentas em salas de aula de matemática e em teorias recentes da aprendizagem matemática. Entretanto, a maioria de usuários de GeoGebra são os professores ou os investigadores a quem integre a tecnologia em seu trabalho.

O GeoGebra ou Software dinâmico da geometria é um grupo de programas do ponto de vista didático a ferramenta mais apropriada para suportar o desenvolvimento de conceitos geométricos, dentro do particular conceito da geometria euclidiana, que são desenvolvidos no ensino de matemática elementar. As características principais do software são: - uma modelagem dinâmica do papel e do lápis tradicionais (quadro-negro e giz) ambiente de ensino com a modalidade do arrasto; - uma opção para condensar uma seqüência dos comandos e dar forma a um "comando" novo; - uma opção para visualizar os trajetos dos movimentos de objetos geométricos, *in lócus*. Estas características permitem uma grande sustentação ao desenvolvimento de conceitos geométricos, quando os programas forem usados apropriadamente na sala de aula.

A matemática neste nível de vinculação torna-se uma das ciências mais enraizadas no mundo tecnológico computadorizado, pois ela é o alicerce no processo de utilização e proliferação do computador no âmbito educacional.

Segundo SANTOS (1998 p.182), “equações algébricas ganham, com a introdução da informática no ensino, com representações visuais instantâneas”.

No antigo método de aprendizagem, o aluno via a equação, mas não entendia seu significado. Hoje, através da visualização gráfica de cálculos algébricos, os conceitos são rapidamente entendidos. O processo de aprendizagem se acelera e o número de problemas apresentados aos estudantes passa a ser maior.



## 2.4 PRINCIPAIS COMANDOS DO SOFTWARE GEOGEBRA

A geometria dinâmica já é trabalhada há bastante tempo. O Software GeoGebra é um instrumento de interface amigável, de fácil exploração, tecnologia que possibilita visualizar a dinamicidade existente na geometria. Desta forma, surgem novos conceitos e propriedades em que o aluno em sala tem muita dificuldade de visualizar como: modificações de posições e imaginação de movimentos, limitações da reta, da semi-reta e segmentos de reta, propriedades de polígonos, teorema de Tales, condição de existência de triângulos, entre outros.

### 2.4.1 Recursos disponíveis

Os recursos disponíveis no software citado abaixo foram extraídos do portal [www.diaadiaeducacao.pr.gov.br](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br), no tópico ajuda disponível na plataforma Linux do portal de educação do governo estadual para serem trabalhados nos laboratórios das escolas públicas do Estado do Paraná. Inúmeros são os recursos disponíveis no programa que podem facilitar o preparo de aulas para o ensino da geometria. Os mais importantes são o protocolo de construção e barra de navegação, onde é possível observar passo a passo a construção cognitiva do aluno. Para acessá-lo é necessário clicar sobre o menu exibir e selecionar o recurso desejado. Ao clicar na palavra Protocolo de Construção estará disponível o item “passo a passo” da construção, a nomeação de seus elementos e a definição. Pode ser encontrado na barra de navegação, parte inferior da exibição, os passos para a construção. Há duas maneiras de se acessar essa barra: via protocolo de construção ou de maneira isolada através do menu exibir do geogebra. As opções de comando, álgebra, ponto de parada, somente pontos de parada e protocolo colorido, são oferecidas no menu exibir do quadro Protocolo de Construção.

Mais alguns recursos como apresentação automática da construção, tempo de intervalo e também o protocolo de construção, podem ser encontrados em uma barra semelhante à do protocolo de construção. Esta barra surgirá na parte inferior da janela de visualização ao clicar-se na barra de navegação para passos de construção.

As propriedades são outro recurso interessante e muito importante que devemos destacar aos alunos. Basta clicar com o botão direito do mouse sobre o

objeto que se deseja alterar. Abre-se uma janela onde se altera cor, estilo (espessura da reta) e decoração. Após a escolha clica-se na palavra fechar.

Sendo assim é possível modificar a representação de todos os objetos. Os planos de aulas elaborados pelos professores trarão o detalhamento das maneiras de utilizar os recursos disponíveis e ao utilizar o programa, o professor certamente encontrará diversas outras maneiras de utilizar esses recursos. Vale ressaltar que as propostas de trabalhos e os planos apresentados sobre geometria plana de 5ª a 8ª séries, busca auxiliar o professor e ampliar as possibilidades de utilização das tecnologias como ferramentas pedagógicas de mediação, facilitadoras da aprendizagem, lembrando sempre que é necessário o cuidado para que os estudantes não se tornem dependentes dessas ferramentas.

O professor deve apresentar ao aluno os principais comandos do software GeoGebra, sua tela de apresentação, barra de menus e principais funções, a barra de ferramentas e outros comandos que serão necessários para a aula. Essas informações básicas serão importantes e facilitará o desenvolvimento do trabalho.

Na tela de apresentação do software, na parte superior aparecerá uma barra de menus:

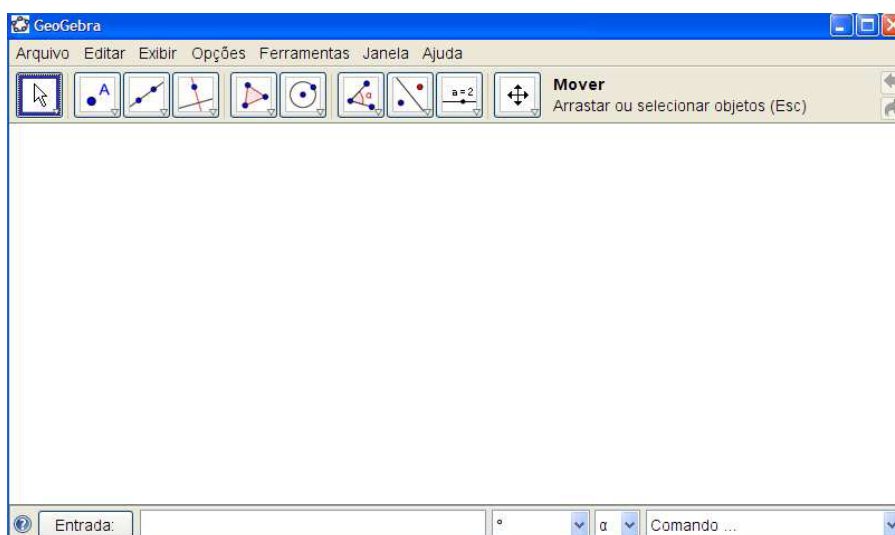


FIGURA 1: TELA DE APRESENTAÇÃO

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)

Na barra de menu deve ser explorado os itens da barra tais como: arquivo, editar, opções, ferramentas, janela e ajuda.

Logo abaixo da barra de menus, na barra de ferramentas, estão dez comandos. Cada um destes comandos dispõe de vários modos de trabalho.

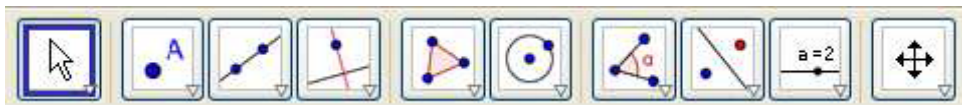


FIGURA 2: COMANDOS

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)

Visualizamos também na tela inicial duas janelas: a janela algébrica (à esquerda) e a janela geométrica (à direita), conforme figura:

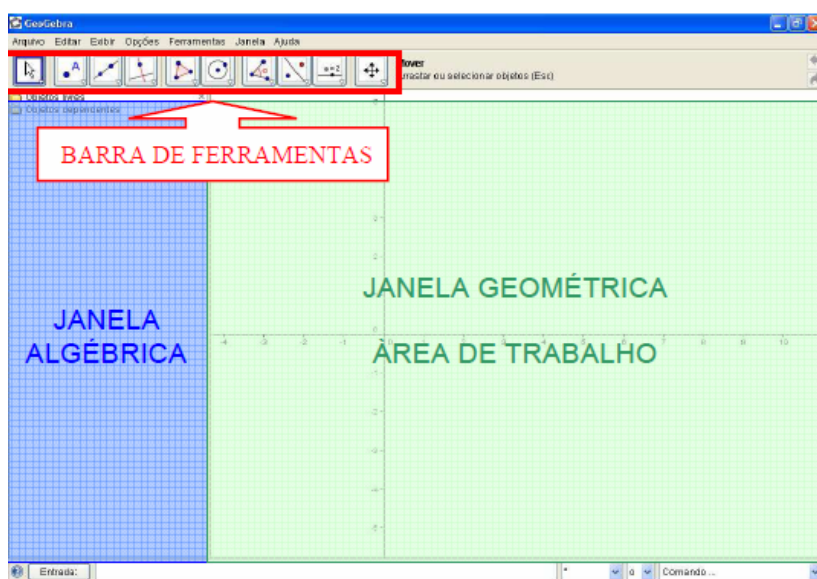


FIGURA 3: TELA INICIAL

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)

A seguir, veremos as funções de cada botão da barra de ferramentas e seus comandos.

- Clicando na seta vermelha do 2º botão da barra de ferramentas, visualizamos:

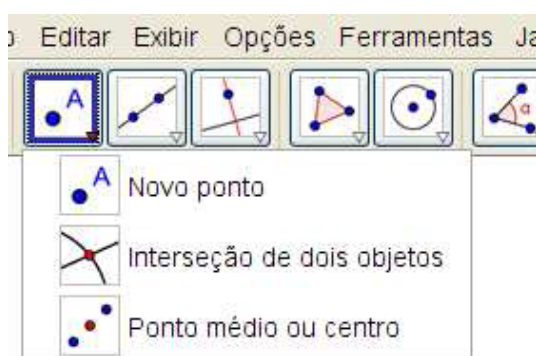


FIGURA 4: RELAÇÃO ENTRE PONTOS

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)



Novo ponto - selecionando esta ferramenta e clicando na janela geométrica, com o botão esquerdo do mouse, cria-se um novo ponto.



Interseção de dois objetos - o ponto de interseção entre dois objetos pode ser criado selecionando os objetos, dessa forma todas as interseções existentes são marcadas.



Ponto médio ou centro – para utilizar essa ferramenta, clique, com o botão esquerdo do mouse, em dois pontos para obter seu ponto médio; ou em um segmento para obter seu ponto médio.

- Para movimentar um ponto há de dois modos, clique na seta vermelha do 1º botão da barra.

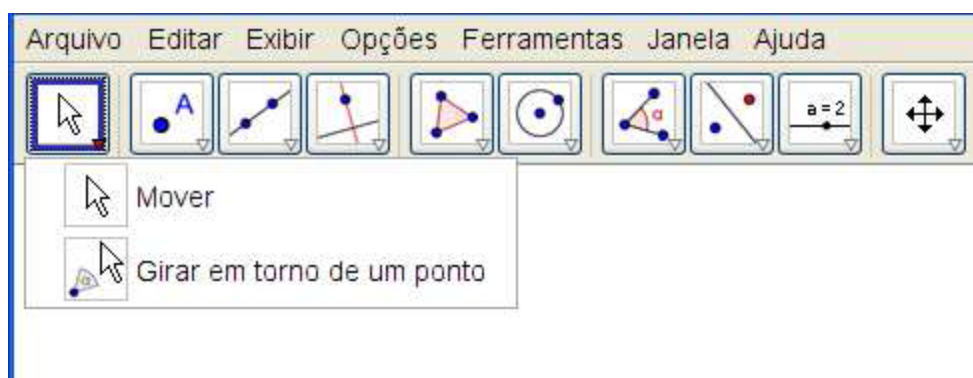


FIGURA 5: COMANDO MOVER

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)



Mover – selecionando essa ferramenta e pressionando o botão esquerdo do mouse sobre um objeto é possível arrastá-lo por toda a janela geométrica.



Girar em torno de um ponto fixo - pressionando o botão esquerdo do mouse sobre um objeto é possível girar esse objeto ao redor de um ponto que permanece fixo.

- Clicando na seta vermelha do botão 3º botão da barra, visualizamos: Reta definida por dois pontos – marcando-se dois pontos, traça-se a reta definida por eles.



FIGURA 6: SEGMENTO ENTRE DOIS PONTOS

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)



Reta definida por dois pontos – marcando-se dois pontos, traça-se a reta definida por eles.



Segmento definido por dois pontos – marcando-se dois pontos, determinam-se as extremidades do segmento a ser traçado.



Segmento com dado comprimento a partir de um ponto – marca-se a origem do segmento e digita-se a medida desejada para o mesmo, em uma janela que se abre automaticamente.



Semi-reta definida por dois pontos – traça-se uma semi-reta a partir do primeiro ponto marcado contendo o segundo ponto.

- Clicando na seta vermelha do 4º botão da barra, visualizamos as seguintes opções:

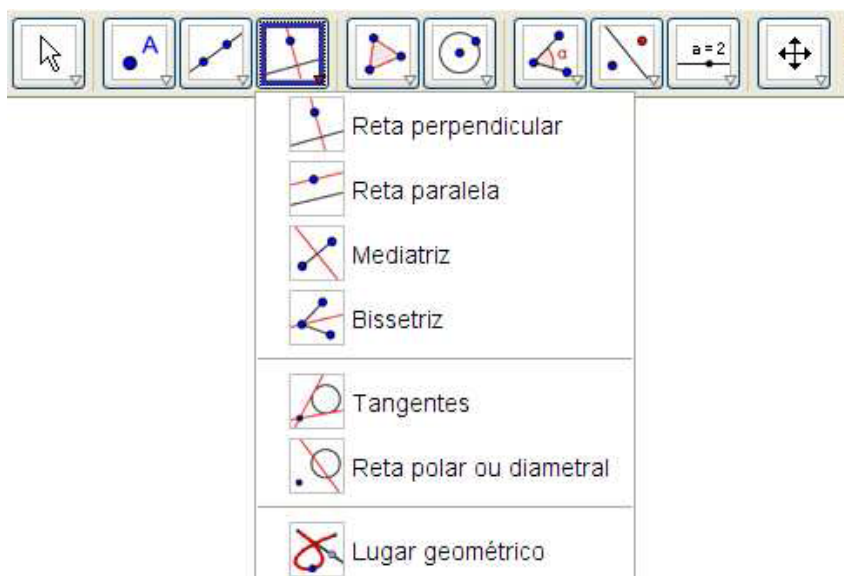


FIGURA 7: CONSTRUÇÃO DE RETA

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)



Reta perpendicular – clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, em uma reta e em um ponto constrói-se uma reta perpendicular à reta considerada, passando pelo referido ponto. O mesmo pode ser feito considerando-se um segmento de reta, ou semireta.



Reta paralela – clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, em uma reta e em um ponto fora dela, constrói-se uma reta paralela à reta considerada, passando pelo referido ponto.



Mediatriz – clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, nas extremidades de um segmento de reta, constrói-se uma reta perpendicular a este passando pelo seu ponto médio.



Bissetriz – Clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, sobre duas retas concorrentes, já traçadas, constrói-se as bissetrizes dos ângulos determinados pelas retas.

- Clicando na seta vermelha do botão 5º botão da barra, visualizamos.

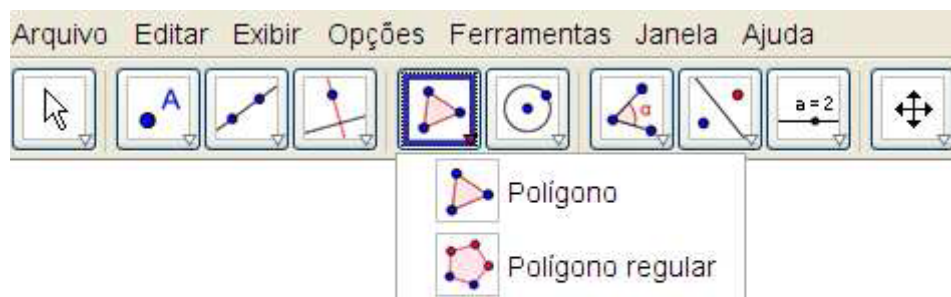


FIGURA 8: CONSTRUINDO UM POLÍGONO

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)



Polígono – para construir um polígono, marca-se ao menos três pontos e clica-se, com o botão esquerdo do mouse, no primeiro ponto novamente (para “fechar” o polígono).



Polígono regular - é possível construir polígonos regulares usando o comando no qual é necessário digitar o número de lados na janela de álgebra que aparece no centro da tela.

- Clicando na seta vermelha do 6º botão da barra, visualizamos:

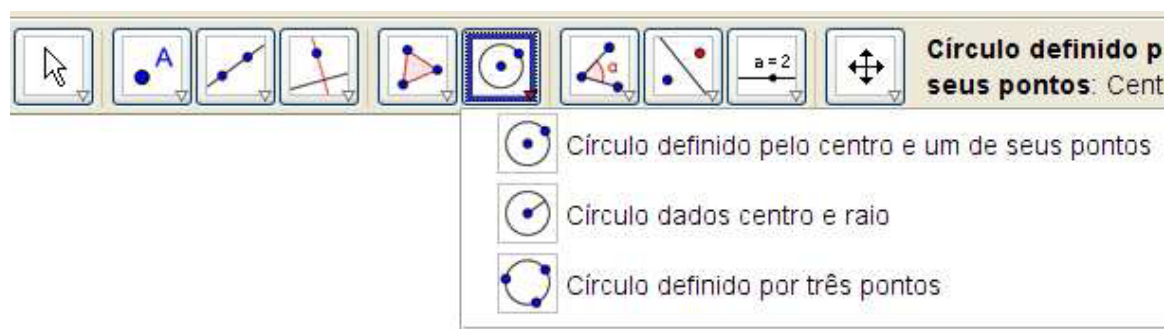


FIGURA 9: CONSTRUINDO CÍRCULO

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)



Círculo definido pelo centro e um de seus pontos – marcando-se um ponto A e um ponto B, traça-se o círculo com centro A, passando por B.



Círculo dados centro e raio – marca-se o centro A e digita-se a medida desejada para o raio, em uma janela que se abre automaticamente.





Círculo definido por três pontos – marcando-se três pontos não-colineares, traça-se o círculo que passa por eles.

- Clicando na seta vermelha do 7º botão da barra de ferramentas, visualizamos:

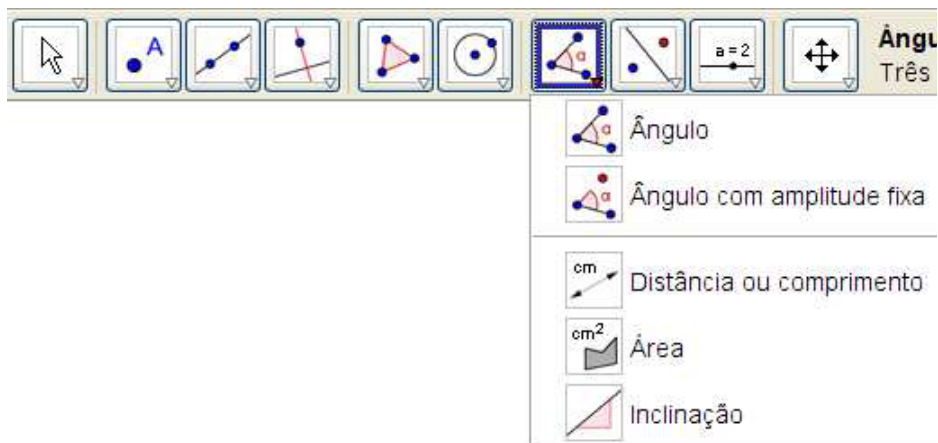


FIGURA 10: DEFININDO ÂNGULO

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)



Ângulo – com essa ferramenta traçam-se ângulos: entre três pontos; entre dois segmentos; entre duas retas (ou semi-retas); interior de um polígono.



Ângulo com amplitude fixa – marcam-se dois pontos e digita-se a medida desejada para o ângulo, em uma janela que se abre automaticamente.



Distância ou comprimento – essa ferramenta fornece na janela algébrica, a distância entre: dois pontos; duas linhas; ou um ponto e uma linha.



Área - essa ferramenta fornece a área de um polígono, na janela geométrica.

- Clicando na seta vermelha do 8º botão da barra, visualizamos:

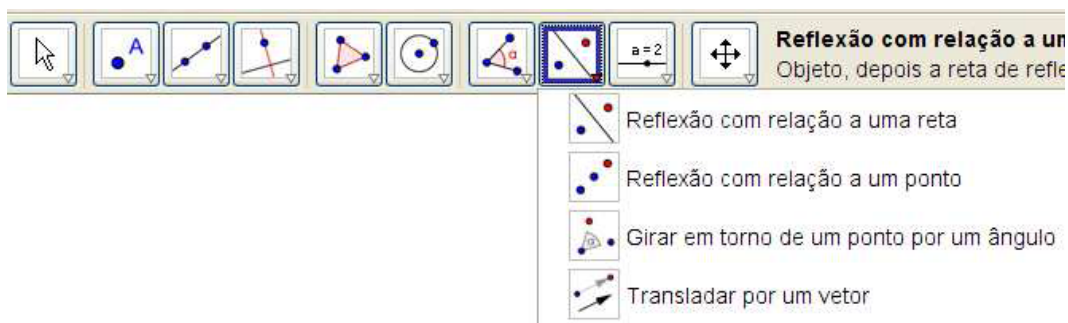


FIGURA 11: RELAÇÃO ENTRE RETA E UM PONTO

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)





Reflexão com relação a uma reta - essa ferramenta desenha um objeto refletido em relação a uma reta. Clique no objeto a ser refletido, com o botão esquerdo do mouse e, a seguir, clique na reta através da qual ocorrerá a reflexão.



Reflexão com relação a um ponto - essa ferramenta desenha um objeto refletido em relação a um ponto. Clique, com o botão esquerdo do mouse, no objeto a ser refletido e, a seguir, clique no ponto através do qual ocorrerá a reflexão.

- Clicando na seta vermelha do 9º botão da barra de ferramentas, visualizamos: Inserir.

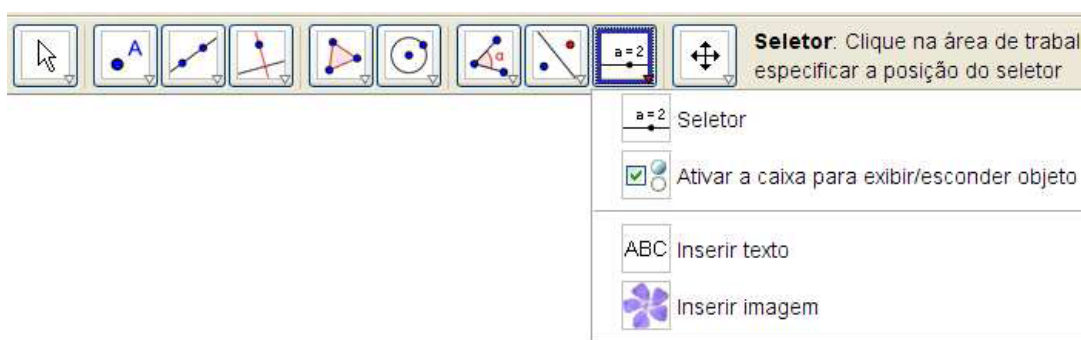


FIGURA 12: INSERIR OBJETO E TEXTO

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)



Inserir texto – clicando, com o botão esquerdo do mouse, na área de trabalho, o texto que você digitar, na janela que será aberta, aparecerá neste local.



Inserir imagem – essa ferramenta permite acrescentar uma imagem numa construção. O ponto onde você clicar, com o botão esquerdo do mouse, será o vértice inferior esquerdo da imagem. Após o clique na tela uma caixa de diálogo será aberta na qual você selecionará a imagem a ser inserida.

- Clicando na seta vermelha do último botão da barra de ferramentas, visualizamos: Deslocar.

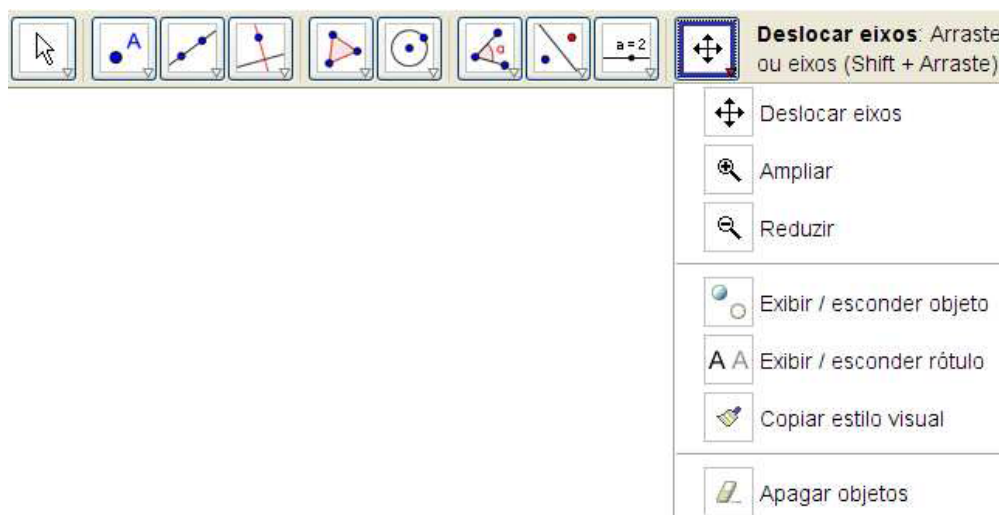


FIGURA 13: COMANDO DESLOCAR EIXO E APRESENTAÇÃO DA FIGURA

FONTE: Portal diaadiaeducação (2010)



**Deslocar eixos** – essa ferramenta permite arrastar a área de trabalho ou os eixos.



**Ampliar** – ao clicar, com o botão esquerdo do mouse, sobre qualquer lugar da área de trabalho, essa ferramenta produz um zoom de aproximação.



**Reduzir** – ao clicar, com o botão esquerdo do mouse, sobre qualquer lugar da área de trabalho, essa ferramenta produz um zoom de afastamento.



**Exibir/esconder objeto** – ao selecionar essa ferramenta e clicar, com o botão esquerdo do mouse, sobre um objeto ou mais, você o(s) estará selecionando para ser (em) escondido(s). Porém, isso só ocorrerá, de fato, quando você selecionar outra ferramenta qualquer. Você poderá voltar a exibir os objetos ocultos, selecionando novamente a ferramenta, mas ao mudar de ferramenta os objetos voltarão a ficar ocultos. Caso deseje exibir, de fato, um objeto, clique com o botão direito do mouse, na janela algébrica, sobre este objeto e selecione a opção exibir objeto.



**Exibir/esconder rótulo** – clique, com o botão esquerdo do mouse, no rótulo do objeto para escondê-lo e no objeto para voltar a exibi-lo.



Copiar estilo visual – essa ferramenta permite copiar as propriedades visuais como cor, dimensão, estilo de reta, etc., a partir de um objeto, para vários outros objetos. Escolha o objeto cujas propriedades você quer copiar.



Apagar objetos - clique com o botão esquerdo do mouse, sobre qualquer objeto que ele será apagado.

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1 PROPOSTAS DE TRABALHO EM SALA DE AULA

Ao trabalhar com estas atividades se pretende dar instruções de uso das ferramentas do software, acessadas via botão e comandos, surgindo desta forma discussões e reflexões, auxiliando na elaboração do conhecimento matemático geométrico.

A proposta de elaboração das atividades centrou-se em algumas atividades geométricas planas com as ferramentas do software, no sentido de levar os alunos da 8ª série, do Colégio Estadual Monteiro Lobato, no município de Cornélio Procopio/PR, a compreender as suas construções matemáticas e aplicar os conhecimentos geométricos vistos em sala de aula. O aluno precisa discriminar, por exemplo, o que são retas paralelas, retas perpendiculares e construção de figuras geométricas possibilitando a utilização das funções do software com clareza e precisão. Com isso pretende-se que o aluno descubra novas formas de construção do conhecimento matemático, auxiliando-o na busca da contextualização e de uma aprendizagem significativa.

#### 3.2 PRATICANDO COM O SOFTWARE

Após as colocações teóricas sobre o software GeoGebra foram apresentados os comandos e ícones e a sua aplicabilidade no ensino de matemática, mas especificamente no ensino de geometria, utilizado um laboratório de informática com 12 estações em ambiente de rede a alunos da 8ª série do ensino fundamental do Colégio Estadual Monteiro Lobato na cidade de Cornélio Procopio – PR.

Este software pela sua aplicabilidade no trabalho com desenho geométrico utilizando o computador como multimeio de ajuda na aprendizagem, por ser um potente instrumento para trabalhar conteúdos de matemática tais como: geometria, cálculo, álgebra e pela facilidade de se trabalhar com um software com comandos simples de fácil manejo, onde os alunos mesmo não sendo usuários de informática

não encontrarão dificuldades para desenvolver trabalhos e construir conhecimentos da referida disciplina.

O trabalho foi realizado com alunos de uma turma da oitava série de ensino fundamental, em aulas geminadas, anteriormente foram trabalhadas em sala as noções básicas do conteúdo, utilizado para isso os meios tradicionais de ensino (livros didáticos, quadro de giz etc.). Dentro desta perspectiva de trabalho objetivamos que, os alunos ao trabalharem estes conteúdos possam verificar e visualizar na prática os conceitos matemáticos vistos anteriormente na teoria e desenhos na lousa.

Este grupo, composto por 24 alunos, é considerado pelos professores como uma equipe que tem apresentado problemas de comportamento e de aprendizado. Os alunos foram distribuídos em equipes de dois alunos onde foram observados os caminhos percorridos e as produções realizadas em cada computador.

O trabalho foi dividido em três partes:

Foram apresentados os comandos do software aos alunos e exploração aleatória para que estes pudessem se ambientar a sua interface gráfica.

Em segundo momento foi dado alguns exercícios que de forma orientada, os mesmos puderam observar os resultados.

E por último foi apresentado algumas atividades, descritos abaixo, sobre o conteúdo estruturante funções, onde eles além das construções propostas tinham que responder algumas questões sobre o assunto.

Atividade 1 – Pontos no plano cartesiano.

O objetivo desta atividade é familiarizar o aluno com o programa, localizando pontos no plano cartesiano, a partir das coordenadas.

a) Marque no sistema cartesiano ortogonal cada um dos pontos abaixo. Um ponto no GeoGebra é representado na forma  $P=(x,y)$ , onde  $x$  e  $y$  são as coordenadas de  $P$  onde: a) A (2,3) b) B (1,5) c) C (0,-2) d) D (-1,0) e) E (0,0) f) F (-3,-4) g) G (-3,5).

b) Ative eixo e malha para facilitar a localização dos pontos acima citado.

c) Marque o ponto A observando suas coordenadas.

d) Marque o ponto B observando suas coordenadas.

e) Marque os demais pontos da mesma maneira até chegar ao ponto G.

Observando os pontos marcados, responda:

1) Em que quadrante está o ponto C?

2) Em que quadrante está o ponto B?

- 3) Que ponto está localizado na origem?
- 4) Qual ponto pertence ao eixo das abscissas?
- 5) Qual ponto pertence ao eixo das ordenadas?
- 6) Qual o valor de  $y$  no ponto  $F$ ?
- 7) Qual ponto está no terceiro quadrante?

Atividade 2: Gráfico de função afim.

Esta atividade tem como objetivos:

- Identificar relações entre duas grandezas variáveis;
- Visualizar o valor de  $x$  que anula a função definida por  $y=ax+b$ ;
- Visualizar os valores de  $x$  para os quais a função definida pela equação  $y=ax+b$  é positiva ou nula.

a) Utilizando o GeoGebra, construa o gráfico da função  $f(x) = x-2$  e responda as seguintes questões:

- 1) O gráfico da função  $f$  pode ser representado por uma reta? Por que?
  - 2) A função tem quantos zeros?
  - 3) A função é crescente ou decrescente?
  - 4) Onde o gráfico da função intersecta (corta) o eixo das ordenadas (eixo  $y$ )?
  - 5) Em qual(ais) intervalo(s) a função é positiva?
  - 6) Em qual(ais) intervalo(s) a função é negativa?
  - 7) Se multiplicarmos a função  $f$  por  $-1$  como fica o gráfico da nova função? (Construa no mesmo plano o gráfico da função  $f$  e o gráfico da nova função).
  - 8) Se multiplicarmos a função  $f$  por  $2$  como fica o gráfico da nova função? (Construa no mesmo plano o gráfico da função  $f$  e o gráfico da nova função).
  - 9) Se subtrairmos  $1$  na função  $f$  como fica o gráfico da nova função? (Construa no mesmo plano o gráfico da função  $f$  e o gráfico da nova função).
  - 10) Se subtrairmos  $2$  na função  $f$  como fica o gráfico da nova função? (Construa no mesmo plano o gráfico da função  $f$  e o gráfico da nova função).
  - 11) Se somarmos  $3$  na função  $f$  ocorre alguma alteração no gráfico? Qual? (Construa no mesmo plano o gráfico da função  $f$  e o gráfico da nova função).
  - 12) Se somarmos  $2$  na função  $f$  ocorre alguma alteração no gráfico? Qual? (Construa no mesmo plano o gráfico da função  $f$  e o gráfico da nova função).
- b) Seja a função  $g$  definida por  $g(x) = 2 - x$ . Utilizando o GeoGebra, construa o gráfico e responda as questões:
- 1) O gráfico da função pode ser representado por uma reta? Por que?

- 2) A função tem quantos zeros;
- 3) Que ponto representa o zero da função?
- 4) Em que ponto a função intersecta o eixo das ordenadas?
- 5) Em qual intervalo a função  $g$  é positiva?
- 6) Em qual intervalo a função  $g$  é negativa?
- 7) Essa função é crescente ou decrescente?

### Atividade 3: Gráficos da função quadrática

Esta atividade tem os seguintes objetivos:

- Visualizar os zeros da função quadrática;
- Associar os zeros de uma determinada função às abscissas dos pontos onde a parábola intersecta o eixo  $x$ ;
- Determinar o ponto de mínimo ou ponto de máximo de uma determinada função quadrática;
- Visualizar os valores de  $x$  para os quais a função quadrática dada é crescente e decrescente.

a) Dada a função  $h$  definida por  $h(x) = x^2 - 4$ , construa o gráfico utilizando o GeoGebra e responda as questões a seguir:

- 1) O gráfico da função  $h$  pode ser representado por uma reta? Por que?
- 2) Quais são os zeros dessa função?
- 3) Em qual(is) intervalo(s) a função é crescente?
- 4) Em qual(is) intervalo(s) a função é decrescente?
- 5) Quanto à concavidade, a função  $h$  é côncava para cima ou para baixo? Por que?
- 6) A função  $h$  assume valor máximo ou mínimo? Qual é o ponto?
- 7) Em qual ponto a função  $h$  intersecta o eixo das ordenadas?
- 8) Qual é o conjunto imagem (valores de  $y$ ) da função  $h$ ?
- 9) Qual a vértice da função  $h$ ?
- 10) O que acontece com o gráfico da função  $h$ , se ela for multiplicada por 2? E por  $1/2$ ?
- 11) Como fica o gráfico da função  $h$  quando somamos a ela  $-5$ ? E quando somamos  $-12$ ?
- 12) O que acontece se multiplicarmos a função  $h$  por  $-1$ ?

#### 4. RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados propostos enquanto a utilização do software os alunos não tiveram dificuldades, pois a interface gráfica é amigável e de fácil entendimento por parte do usuário.

##### Atividade 01

QUESTÃO	ACERTOS	ERROS	NÃO RESPONDEU
01	04	08	00
02	11	01	00
03	08	04	00
04	11	00	01
05	11	00	01
06	11	01	00
07	12	00	00

TABELA 1: PONTOS NO PLANO CARTESIANO

FONTE: O autor (2010)

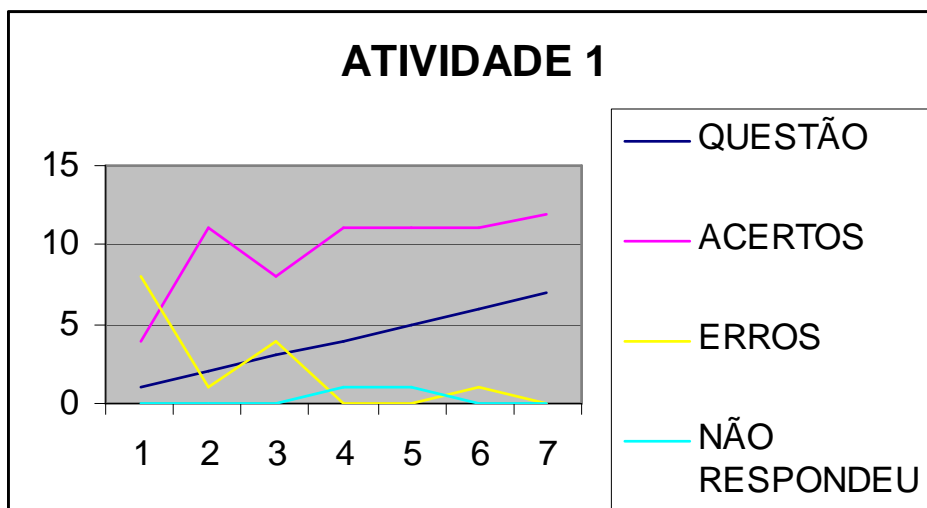


GRÁFICO 1: PONTOS NO PLANO CARTESIANO

FONTE: O autor (2010)



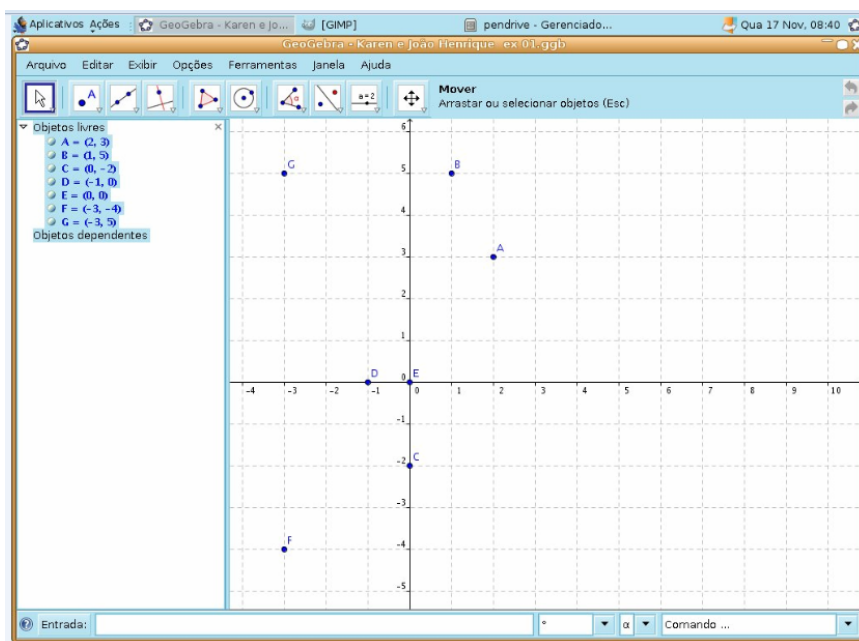


FIGURA 14: CAPTURA DE TELA DA ATIVIDADE 01

FONTE: O autor (2010)

A dificuldade maior na questão 1 é que o ponto C estava sobre o eixo Y (ordenada) não tendo assim quadrante, o restante das questões não tiveram dificuldades em localizar os pontos pedidos.

## Atividade 02 a

QUESTÃO	ACERTOS	ERROS	NÃO RESPONDEU
01	09	03	00
02	12	00	00
03	07	05	00
04	06	06	00
05	06	04	02
06	06	02	04

TABELA 2: GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

FONTE: O autor (2010)

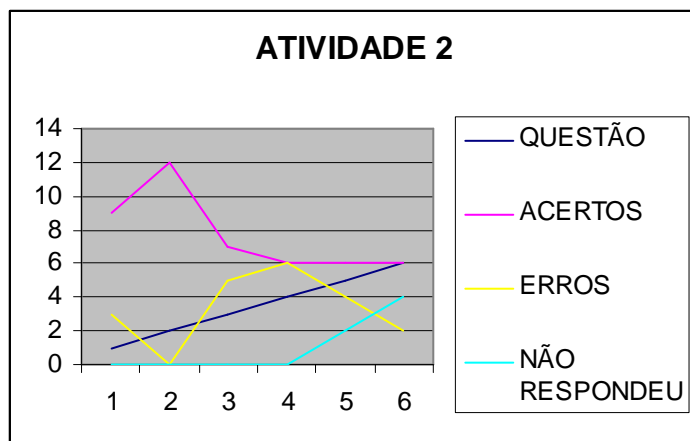


GRÁFICO 02: GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

FONTE: O autor (2010)

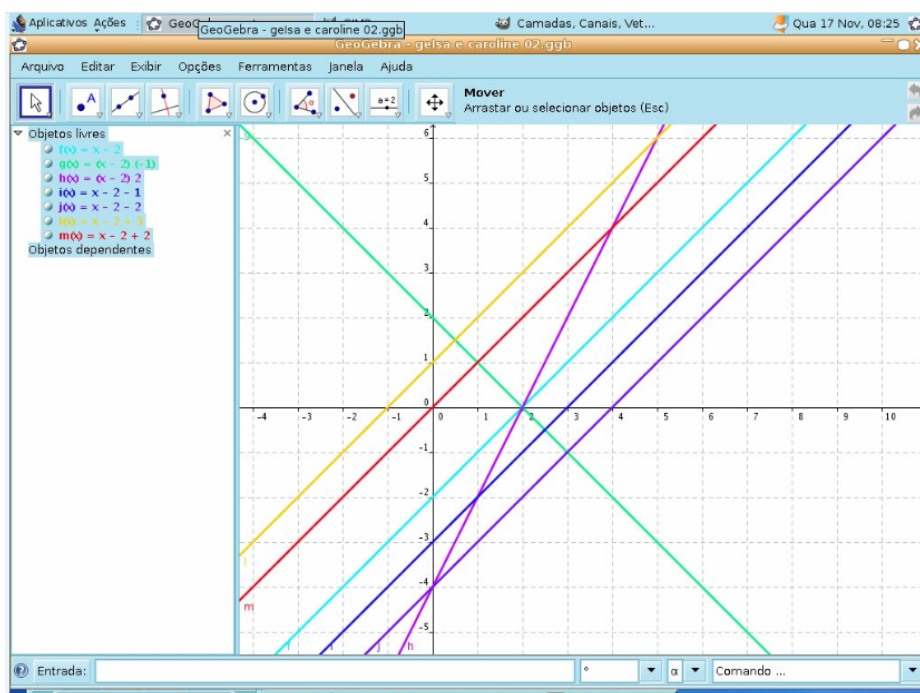


FIGURA 15: CAPTURA DE TELA DA ATIVIDADE 2A

FONTE: O autor (2010)

A atividade 2 a, os alunos realizaram a atividade inicial do GeoGebra, mas não conseguiram assimilar os valores de X e Y na tela do computador para posteriormente fazer uma análise do gráfico, no quadro de giz eles visualizaram melhor tendo um número maior de acerto.

Em sala de aula foi dado as equações apresentando os valores de X e eles calculavam os valores de Y. A demonstração no quadro de giz facilitava perceber

qual das incógnitas aumentava ou diminuía, para posteriormente construir os gráficos.

No computador, eles tinham que relacionar e descobrir os valores de X e Y, observando a tela, e que muitos tiveram dificuldades.

Os alunos ao observar a tela do computador, pude perceber que tinham dificuldades em lidar com as noções de espaço e lateralidade, o mesmo não ocorrendo quando é feito a demonstração no quadro de giz.

#### Atividade 02 b

QUESTÃO	ACERTOS	ERROS	NÃO RESPONDEU
01	09	02	01
02	12	00	00
03	12	00	00
04	12	00	00
05	06	06	00
06	08	04	00
07	11	01	00

TABELA 3: GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

FONTE: O autor (2010)

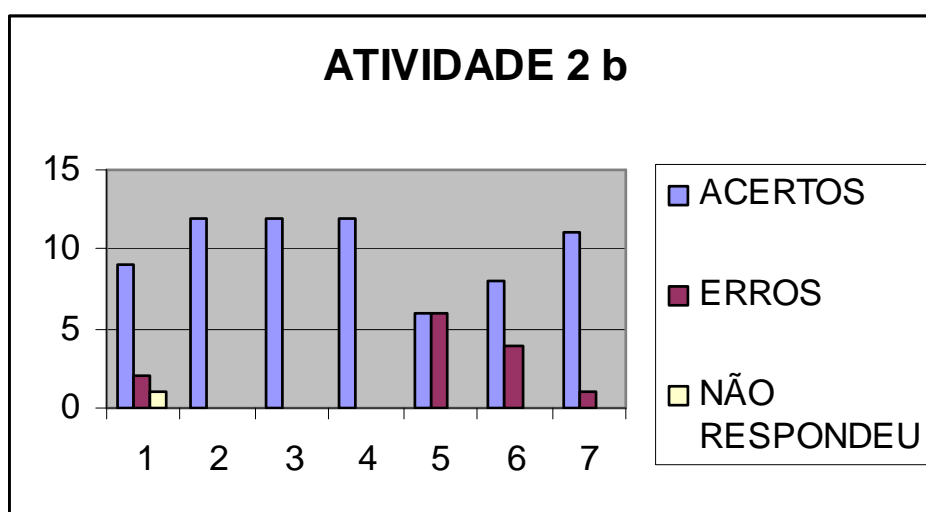


GRÁFICO 3: GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

FONTE: O autor (2010)

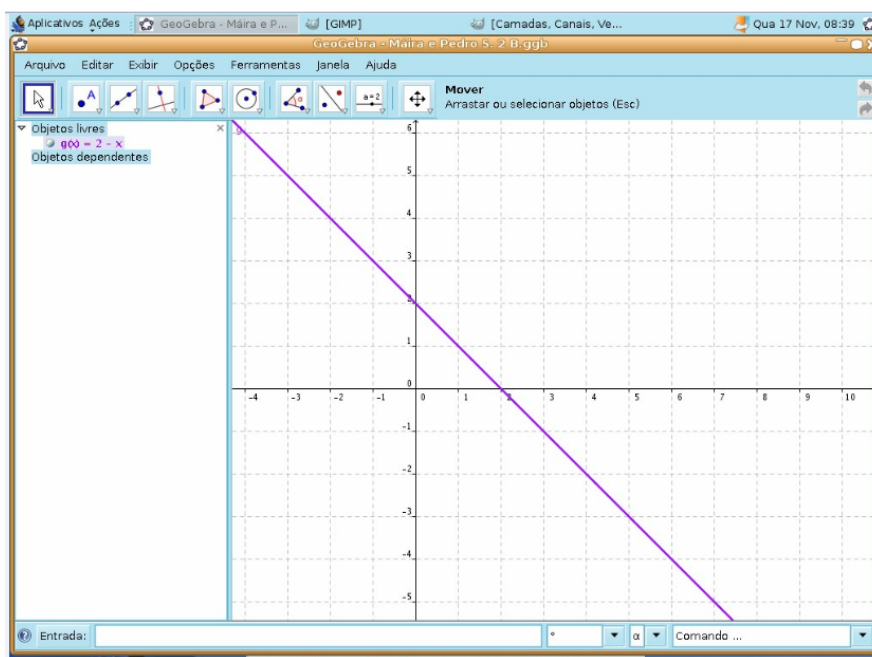


FIGURA 16: CAPTURA DE TELA DA ATIVIDADE 2B

FONTE: O autor (2010)

Na questões 5 e 6 ocorreu erro semelhante a questão anterior, não havendo interpretação gráfica na tela do computador.

### Atividade 03

QUESTÃO	ACERTOS	ERROS	NÃO RESPONDEU
01	11	01	00
02	08	02	02
03	10	02	00
04	10	01	01
05	11	01	00
06	11	01	00
07	11	00	01
08	07	04	01
09	12	00	00

TABELA 4: GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

FONTE: O autor (2010)

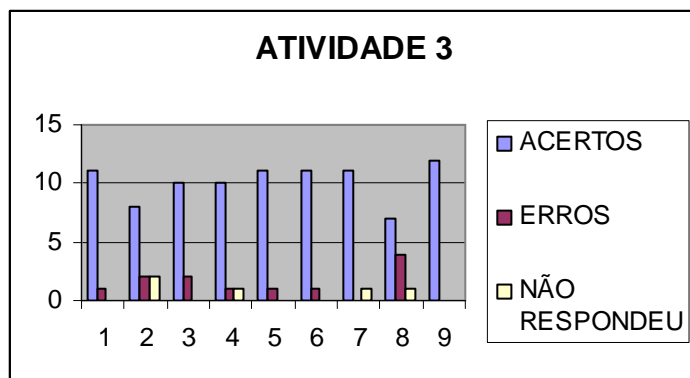


GRÁFICO 4 : GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

FONTE: O autor (2010)

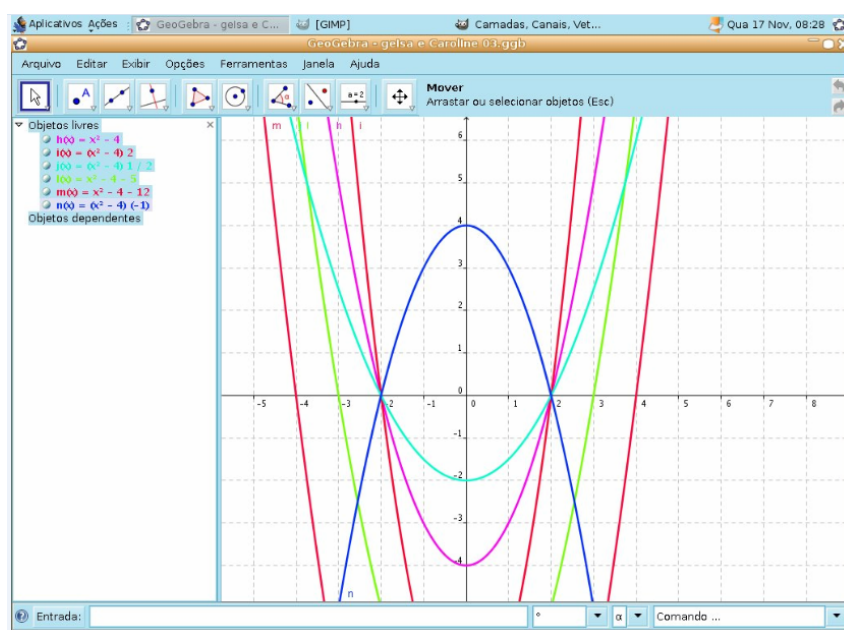


FIGURA 17: CAPTURA DE TELA DA ATIVIDADE 03

FONTE: O autor (2010)

Os alunos não apresentaram dificuldades na realização do exercício 3, pois estas atividades estavam sendo trabalhadas em sala de aula no momento da utilização do software.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao escrever este trabalho de conclusão de curso, teve como objetivo o uso do software GeoGebra como uma ferramenta que pudesse possibilitar aos alunos uma nova maneira de ver o ensino de matemática e que pudesse auxiliar o processo de ensino e aprendizagem.

Busquei responder a problematização inicial de como explorar os diversos conteúdos do ensino de matemática no software. Pode-se perceber que grande parte dos assuntos desses níveis poderiam ser explorados. Percebemos ainda, que essa ferramenta poderia suprir várias limitações do "Quadro e Giz. Uma nova visão onde os alunos pudessem desenvolver, de maneira independente, as construções matemáticas. O professor não precisaria se preocupar com a operacionalidade do programa. A ele caberia: a partir das manipulações das figuras, auxiliarem os alunos na formulação de conjecturas, conclusões e justificativas.

O programa GeoGebra foi desenvolvido para ser usado em sala de aula, reunindo uma série de conteúdos da matemática dinâmica: a álgebra, a aritmética, geometria analítica, propriedades de retas, parábolas, vetores, cônicas, cálculo etc. O software oferece variadas representações de objetos e seus respectivos gráficos bem como a visualização de planilhas que são linkadas de forma dinâmica.

Com a utilização do GeoGebra conseguimos realizar construções com vetores, pontos, linhas, seções cônicas, bem como através de funções, realizar modificações dinâmicas. Disponibiliza também inserir e manipular diretamente equações e coordenadas, criar funções, encontrar derivadas simbólicas, investigar parâmetros, e fazer uso de comandos como raiz quadrada e seqüências.

Pode-se apresentar como dificuldades dos alunos, durante a execução de tarefas, a defasagem de determinados conteúdos que seriam pré-requisitos para as atividades propostas, desta forma, quando algum conceito básico era esquecido pelo aluno fazia-se necessário a retomada de parte do conteúdo não programado para a aula, fazendo com que a aula antes programada para um determinado período de tempo ocupasse um tempo maior.

Foi observado também que determinados alunos tinham dificuldades em relação ao software, fato esse agravado principalmente pelas razões

socioeconômicas, já que sem a devida familiaridade com o computador, interpretar a janela inicial do computador, abrir, salvar e localizar arquivos, dentre outras funções que o aluno precisará para realizar as tarefas foram dificultadas ou por serem tímidos em relação a seus colegas interagindo pouco na resolução dos exercícios, já que o laboratório do colégio é pequeno e necessita o trabalho em duplas por estações.

No primeiro contato dos alunos com o software e isso já era previsto, apresentaram dificuldades relacionadas às ferramentas, que foram aos poucos com a exploração do software sendo absorvidas, como por exemplo, localizar as opções que correspondem à tarefa, mudar de função (ferramenta), apagar objetos, dentre outras.

Mas, superando as expectativas, os alunos em sua maioria realizaram as atividades propostas, abrindo caminho para que novos conteúdos passem a ser planejados utilizando o software.

A idéia de integração de geometria dinâmica e álgebra computacional e a implementação de software livres no ensino de matemática sustenta novas abordagens pedagógicas para estudar o pensamento e os recursos tecnológicos em uso. Esse estudo abre uma necessidade de repensar o ensino da matemática envolvendo a geometria dinâmica e a álgebra com o uso dessa nova ferramenta computacional.

## REFERÊNCIAS

BICUDO, M. A. **Pesquisa em Educação Matemática: Concepção & Perspectivas**. São Paulo/SP: Unesp, 1999.

BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Tradução de FIGUEIREDO, M. J. Lisboa/Portugal: Instituto Piaget, 1996.

HATUMILL, Maria Jussara Sobenko et al. Funções Utilizando Recursos Tecnológicos. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/235-4.pdf>, Acessado em 27/10/2010.

ALBUQUERQUE, Luciana de. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/17356.pdf?PHPSESSID=2010062410523934>, Acesso em 20/10/2010.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas/SP: Autores Associados, 2006.

MATHEMATIKOS.PSICO.UFRGS. O computador e a escola. Citado por <http://matematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01038031/webfolios/edio/mat01038.txt>, acessado em 23/10/2010.

PAPERT, S. **A máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da Geometria: uma visão histórica**. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, 1989. Dissertação de Mestrado.

PORTAL EDUCACIONAL DO ESTADO DO PARANA. **GeoGebra** Dynamic Mathematics for Schools. <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/17866.pdf?PHPSESSID=2010011308222591>, acesso em 31/10/2010.

SANTOS, Vânia Maria P. dos (coord.). **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos**. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 1998.

VALENTE, J. A. Por que o Computador na Educação? In Valente, J. A. (org.) **Computadores e Conhecimento: Repensando Educação**. São Paulo: Gráfica da UNICAMP, 1993.